VISIT…

LANZAROTE Caliente.com

# Capitolul 2

Planul topografic este o reprezentare convenţionala, micsorata şi asemenea a unei porţiuni relativ restrînse a terenului, care prin detaliile pe care le conţine, permite formarea unei imagini sugestive asupra planimetriei şi reliefului terenului. La întocmirea lui nu se ţine seama de influenţa curburii Pamîntului.

Harta topografica, spre deosebire de plan, reprezinta o suprafaţa mai mare de teren, imaginea pe care o reda este generalizata, adica nu contine toate detaliile dintr-un plan, iar la întocmirea ei se ţine seama de curbura Pamîntului. Pentru aceasta este necesar mai întâi sa se creeze o reţea geografica de paralele şi meridiane în vederea reprezentarii suprafeţelor curbe de pe sferoid.

## 2.1 *Scara planurilor şi harţilor.*

Raportul constant între o distanţa de pe harta şi omoloaga ei din teren poarta denumirea de scara. Dupa modul de prezentare, se disting:

a).*scara numerica*,cu forma generala :

$$S_c = \frac{d}{D} = \frac{1}{n} \qquad [2.1]$$

în care cunoscând doua valori, se poate determina a treia. Dupa marimea numitorului scarii, n, se disting:

- *scari mari*, la care numitorul este mic, folosite la planurile topografice;
- *scari mijlocii*, folosite la harţile topografice;
- *scari mici*, la care numitorul este mare, folosite la harţile geografice.

b)*scara grafica*, care este reprezentarea grafica a scarii numerice, permiţând determinarea directa, în unitaţi din teren, a lungimii ce se doreste a se determina. Dupa construcţie pot fi scari grafice:

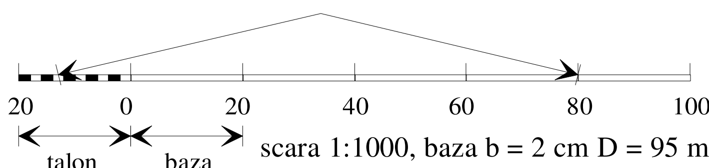



*Figura* ***Error! No text of specified style in document.****.1-Scara grafica simpla.*

- simple, la care este posibila citirea pâna la 1/10 din valoarea bazei. Orice scara grafica simpla este alcatuita dintr-un numar întreg de baze situate în dreapta originii scarii si un talon situat la stânga originii. Acesta este divizat în 10 intervale de lungimi egale, lungimea talonului fiind egala cu lungimea unei baze. Determinarea distantei între doua puncte de pe harta se face luându-se aceasta lungime în deschiderea unui compas sau distantier si asezând apoi compasul cu un vârf pe o baza întreaga astfel ca al doilea vârf sa se gaseasca în interiorul talonului. Distanta se determina prin însumarea numarului de baze cu partea fracþionara reprezentata de distanta determinata în interiorul talonului. Distanta corespunzatoare figurii 2.1 este de 95 m compusa fiind din 4 baze a câte 20 m fiecare si din partea zecimala reprezentata de 7,5 diviziuni a câte 2 m fiecare.

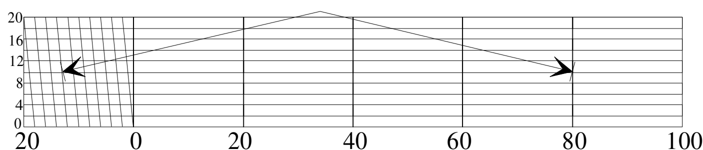



*Figura* ***Error! No text of specified style in document.****.2-Scara grafica transversala.*

- compuse sau transversala, la care este posibila citirea pina la 1/100 din valoarea bazei. Acest tip de scara este perfectionata faţa de scara grafica simpla. Modul de utilizare este asemanator cu cel prezentat anterior : distanta de pe harta se ia în deschiderea compasului si se aplica apoi pe scara grafica astfel ca un capat al compasului sa se afle pe o baza întreaga iar cel de al doilea capat în interiorul talonului exact pe un punct de intersectie al orizontalelor cu transversalele. Trebuie avut grija ca ambele capete ale compasului sa se afle pe aceeasi orizontala.

Scarile grafice servesc fie la determinarea unei distante de pe harta fie la raportarea pe harta a unei distante masurata în teren.Contracţia hîrtiei planului şi modalitaţi de eliminare a acesteia, constitue un fenomen inerent, datorat condiţiilor de pastrare şi manipulare a harţilor ca urmare a condiţiilor de temperatura şi umiditate care sunt permanent modificate. Fenomenul poate afecta harţile pîna la un cuantum de 2% pe orice direcţie. Pentru eliminarea acestui inconvenient, fie odata cu tiparirea harţii se tipareste şi scara grafica, fie înainte de tiparire hîrtia se lipeste pe un suport nedeformabil (zinc, sticla, material plastic, etc.)

Precizia grafica a scarii este un rezultat al faptului ca este imposibil de determinat distanţa d cu o precizie mai mare de 0,1mm, dar care în mod obisnuit are valori de 0,2-0,3mm. Acestor erori le corespunde în teren o lungime ce depinde de scara harţii. Pentru determinarea acestei marimi se porneste de la definiţia scarii numerice şi anume:

$$\frac{e}{P_s} = \frac{1}{n}\ ;\ P_s[m] = \pm e \cdot n \cdot 10^{-3}[m] \qquad [2.2]$$

Din relatia [2.2] se poate observa ca cu cât numitorul scarii este mai mare, deci scara este mai mica, cu atât precizia de citire si raportare a distantelor este mai mica.

Functie de scara la care sunt redactate, produsele cartografice se clasifica în:

- planuri topografice cu scara cuprins în general între 1:1000 si 1:10000;
- harti topografice cu scara mare, pâna la 1:100000;
- harti topografice de ansamblu cu scari medii, pâna la 1:200000 sau 1:1000000;
- harti geografice la scari mai mici de 1:1000000

## *2.2 Semnele convenţionale*

Detaliile din teren se reprezinta pe planuri si harti prin semne astfel concepute încât safie cât mai sugestive, mai usor de reprezentat prin desen. Acestea pot reprezenta pe planuri sau harţi detalii planimetrie şi altimetrice, într-o forma cît mai sugestiva, putându-se clasifica dupa destinaţia detaliilor pe care le reprezinta în semne de planimetrie si semne de altimetrie.

a).*semne pentru planimetrie*,care se impart în :

- *de contur*, care permit desenarea la scara harţii a naturii detaliilor (mlastini,paduri,etc). În cazul padurilor se reprezinta numai conturul padurii nu si pozitia arborilor în padure.
- *de poziţie sau de scara*, care folosesc pentru redarea detaliilor care nu se pot reprezenta la scara.Ele arata însa poziţia exacta a detaliului pe care-l reprezint.
- *explicative*, care "explica" anumite detalii de pe harta. Aceasta categorie se foloseste numai împreuna cu celelalte semne convenţionale. La reprezentarea unei paduri, în afara conturului paduri, din loc în loc se foloseste un semn conventional care precizeaza specia preponderenta a arborilor.

b).*semne pentru altimetrie*, care folosesc la reprezentarea formelor de relief, cum ar fi dealurile, vârfurile, vaile, râpele, etc.

Semnele conventionale folosite la redactarea hartilor sau planurilor sunt cuprinse în atlase de semne conventionale. Câteva exemple sunt prezentate în figura 2.3.

| Semnul | Obiectul |
|---|---|
| | Punct geodezic |
| | Punct topografic bornat |
| | Reper de nivelment |
| | Cale ferata in rambleu |
| | Cale ferata in debleu |
| 8/58 tunel | Tunel de 8m latime si 58 lungime |
| 0.35/8 | Padure de conifere sau foioase cu inaltimea medie de 8 m si diametrul mediu de 0,35m |
| | Vie |
| | Fineata |

| Semnul | Obiectul |
|---|---|
| | Zid de piatra sau beton |
| | Autostrada |
| 7(12) As | Sosea asfaltata cu latime de 7m |
| Dc 264 | Drum comunal |
| | Linie electrica pe ferme metalice |
| | Conducta de gaze la suprafata |
| | Islaz |
| | Parloaga |
| | Tufisuri compacte |

*Figura* ***Error! No text of specified style in document.****.3 - Semne conventionale.*

## *2.3 Reprezentarea reliefului.*

Relieful cuprinde totalitatea neregularitaţilor, convexe şi concave ale terenului, iar reprezentarea lui cît mai corecta şi expresiva este foarte importanta. Pentru aceasta se folosesc urmatoarele metode:

- curbe de nivel;
- planul cotat
- planuri în relief;
- umbre cu tente;

Dintre toate metodele, cea mai folosita este cea a curbelor de nivel. O curba de nivel este locul geometric al punctelor care au aceeaşi cota, proiectat în plan orizontal. Se obţin prin secţionarea terenului cu plane orizontale, iar

proiecţia în plan orizontal al urmei secţiunii este chiar curba de nivel. Pentru reprezentarea curbelor de nivel, în funcţie de scara harţii, se alege o echidistanţa, E, reprezentând distanţa pe verticala între doua plane de secţionare a terenului (figura 2.4). Aceasta marime se numeste echidistanta numerica sau naturala; ea depinde de accidentatia terenului, de scara hartii şi de precizia cu care se doreste a fi reprezentat relieful. Se considera ca între doua curbe de nivel panta terenului este constanta. Curbele de nivel se clasifica în functie de valoarea echidistantei E. Valoarea acesteia este functie de scara planului sau hartii si este în general de 5m pentru scara 1:25000, 10m pentru scara 1:50000 si 20m pentru scara 1:100000. Indiferent de scara, culoarea pentru prezentarea curbelor de nivel pe planuri sau harti este culoarea sepia (maro-roscat).

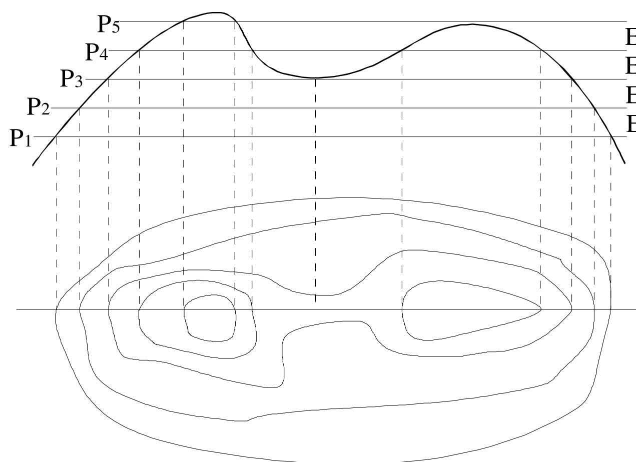



*Figura **Error! No text of specified style in document.**.4 - Obtinerea curbelor de nivel.*

Functie de echidistanta dintre ele, curbele de nivel se împart în :

- *normale*, reprezentate prin linii subtiri, dispuse în contururi închise, distanta pe verticala între doua curbe de nivel normale fiind egala cu echidistanta.
- *principale*, reprezentate prin linii mai groase, distanta pe verticala între doua curbe principale fiind egala cu 5E;
- *ajutatoare*, trasate prin linii subtiri, întrerupte, având distanta pe verticala egala cu 1/2E. Se traseaza numai atunci când se considera ca densitatea curbelor normale este insuficienta şi nu reda exact configuratia terenului;
- *auxiliare*, trasate prin linii întrerupte, mai scurte decât cele ajutatoare, la care echidistanta este 1/4E.

Normala aproximativa la doua curbe de nivel se numeste linie de cea mai mare panta. Pentru a se indica sensul de scurgere al apei, curbele de nivel sunt însotite de mici linii numite *bergstrich*-uri.

## 2.4 Forme tip de relief.

### 2.4.1 Forme tip de înaltimi.

- *Mamelonul* este o ridicatura de înaltime 50-150 metri fata de terenul înconjurator, cu vîrf rotunjit şi pante relativ simetrice care sunt dispuse în toate directiile. Se reprezinta prin curbe de nivel închise.

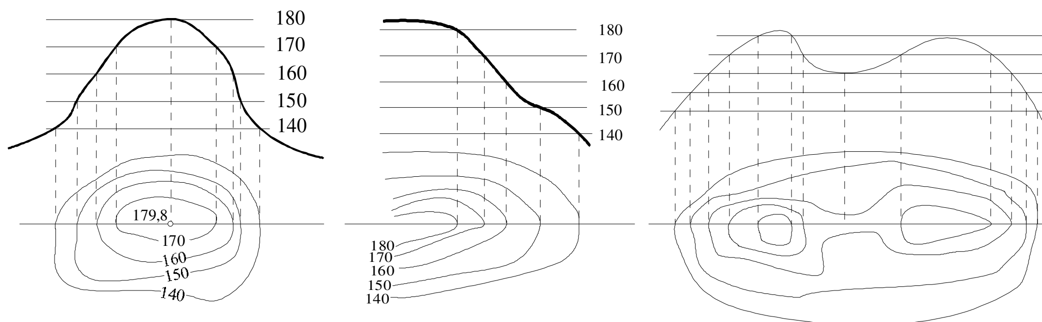



*Figura **Error! No text of specified style in document.**.5 - Forme tip de ridicaturi : mamelonul, botul de deal, saua.*

- *Piscul* se reprezinta asemanator cu mamelonul numai ca pantele fiind mai abrupte, curbele de nivel vor fi mai dese decât la reprezentarea mamelonului.
- *Dealul* este o ridicatura cu doi versanti, despartiti prin culme sau creasta. Se reprezinta ca un diedru convex. Elementele caracteristice sunt linia de despartire a apelor, vîrful şi piciorul crestei. Se poate întâlni si sub denumirea de crupa, creasta sau bot de deal.

- *Saua* este forma de relief care racordeaza doua creste sau mameloane. Centrul seii se numeste gît şi formeaza originea a doua sei care sunt dispuse transversal pe linia de creasta.

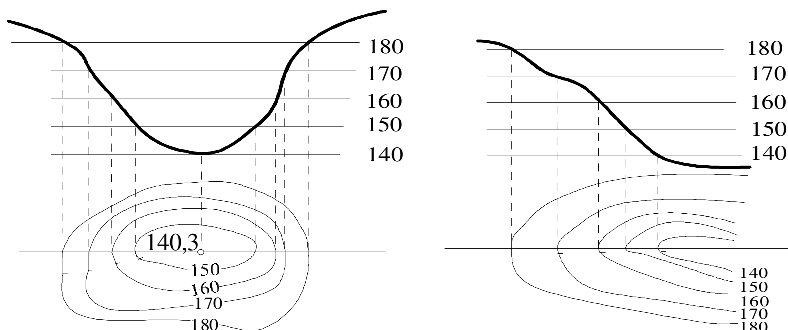



*Figura* ***Error! No text of specified style in document.****.6 - Reprezentarea adînciturilor*

### 2.4.2 Forme tip de adâncimi.

- *Caldarea* este forma inversa a mamelonului. Se caracterizeaza prin margine, perete şi fund. Reprezentarea se face prin curbe de nivel închise, ale caror valori cresc din interior spre exterior.
- *Valea* este depresiunea formata de doi versanti care coboara şi se unesc pe fundul vaii. Este reprezentata de un diedru concav. Caracteristicile vaii sunt determinate de firul vaii sau talvegul, originea şi gura vaii.

Ca arie, valea se desfasoara pe suprafete întinse. Ca mod de reprezentare prin curbe de nivel, acestea sunt alungite, cu concavitatea spre firul vaii (talveg).

*Viroaga* sau crovul este o vale de întindere mai mica, caracteristica regiunilor de ses, formarea ei datorându-se actiunii erozive a torentilor în roci moi. Este omoloaga vaii pentru zonele de câmpie.Aceste forme de relief se reprezinta prin curbe de nivel asa cum este aratat în figura 2.6.

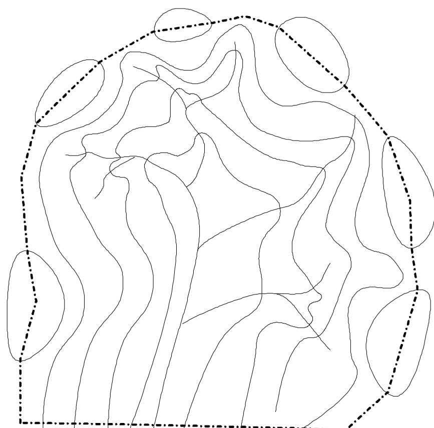


*Figura* ***Error! No text of specified style in***

### 2.4.3 Bazinul hidrografic.

este o forma complexa, închisa pe trei parti de linia de despartire a apelor şi deschisa pe o latura. În interiorul unui bazin hidrografic, apele sunt colectate de pe versanti şi evacuate prin latura deschisa, iar din punct de vedere al alcatuirii, acesta se compune din mai multe forme de relief simple : mameloane, sei, vai. Din cele prezentate în figura 2.7, se poate vedea ca bazinul hidrografic este definit ca suprafata de pe care în mod natural apa pluviala este colectata si evacuata la vale. Importanta cunoasterii întinderii bazinului hidrografic pentru un curs de apa este utila în cazul proiectarii constructiilor hidrotehnice sau cailor de comunicatii în vederea stabilirii debitelor de apa ce trec pe sub un pod ce urmeaza a se proiecta si apoi construi sau pentru stabilirea volumului potential de apa dintr-un viitor lac de acumulare pentru o hidrocentrala.

## *2.5 Folosirea planurilor şi hartilor.*

### 2.5.1 Determinarea coordonatelor rectangulare.

Se utilizeaza caroiajul kilometric, care este o retea de patrate, trasata numai pe harta şi inexistenta în teren, având latura de 1km în teren, trasate pentru valori kilometrice întregi. Determinarea poate sa tina sau poate sa nu tina cont de deformatia hârtiei. Pentru al doilea caz se determina coeficientii pe cele doua directii - x şi y - ale planului, coeficienti care au expresiile:

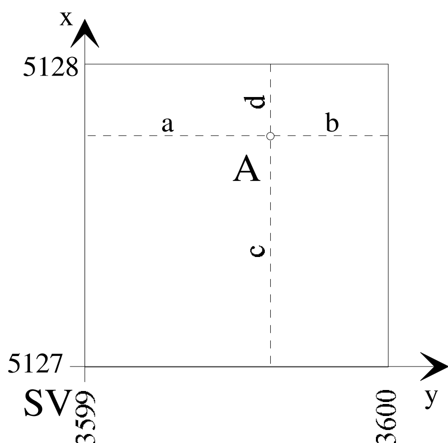



*Figura* ***Error! No text of specified style in document.****.7 - Determinarea coordonatelor.*

$$k_x = \frac{D_T}{D_{Rx}}$$

$$k_y = \frac{D_T}{D_{Ry}}$$

[2.3]

în care $D_T$ = distanta teoretica între doua linii de caroiaj succesive, $D_{Rx}$ , respectiv $D_{Ry}$ , distantele reale între aceleasi doua linii de caroiaj, pe directia x respectiv y. Distantele de mai sus se calculeaza functie de scara planului în cazul lui $D_T$, respectiv se masoara cu mare atentie cu o rigla în cazul lui $D_{Rx}$ , respectiv $D_{Ry}$

Relatiile de calcul pentru coordonatele plane X,Y sunt :

$X_A = X_{SV} + \Delta x = X_{SV} + c \cdot n \cdot k_x$

$Y_A = Y_{SV} + \Delta y = Y_{SV} + a \cdot n \cdot k_y$

[2.4]

în care $X_{SV}$ şi $Y_{SV}$ reprezinta coordonatele coltului sud-vest al caroiajului în care se gaseste punctul ale carui coordonate se vor determina; n reprezinta numitorul scarii; a şi c reprezinta segmentele masurate pe harta pe paralelele duse prin punct la axele de coordonate.

Dar problema se poate pune si invers, în sensul ca date fiind coordonatele unui punct din teren se cere sa fie raportat pe harta. Pentru rezolvarea problemei se vor calcula segmentele corespunzatoare fractiunilor de kilometri pentru cele doua coordonate, se va alege coltul de sud-vest si se vor raporta segmentele calculate pe axele de coordonate. La intersectie se va gasi punctul determinat în teren.

## 2.5.2 Determinarea distantei între doua puncte pe harta.

Pentru solutionarea problemei, se vor analiza mai întâi datele referitoare la configuratia distantei sub aspect geometric si apoi elementele cunoscute. Se pot distinge urmatoarele cazuri:

a).cînd distanta între cele doua puncte este un aliniament, acesta se poate determina fie:

- folosind coordonatele punctelor care determina distanta, cu relatia :

$$D_{AB}^2 = (X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2 \quad [2.5]$$

- folosind scara numerica a hartii : se masoara cu o rigla distanta dintre capetele distantei, iar valoarea se multiplica cu numitorul scarii. Masurarea se va face cu mare atentie, pîna la zecime de milimetru.
- folosind scara grafica a hartii : se ia în deschiderea compasului distanta ce se doreste a se determina şi prin pozitionarea convenabila a compasului pe scara grafica, se obtine direct distanta corespunzatoare în unitati din teren.

b).cînd distanta între puncte are un traseu sinuos, pentru determinarea distantei se foloseste un instrument, numit curbimetru, care permite urmarirea traseului cu ajutorul unei rotite cuplate la un contoar ce afiseaza direct distanta functie de scara hartii.

## 2.5.3 Determinarea orientarii unei directii.

Acest tip de problema se poate rezolva fie folosind raportorul si procedând la o masurare directa, fie folosind functiile trigonometrice, tangenta sau cotangenta, calculate din coordonatele punctelor între care se doreste a se afla orientarea, astfel:

$$tg\theta_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \quad sau \quad ctg\theta_{AB} = \frac{x_B - x_A}{y_B - y_A} \quad [2.6]$$

Se va utiliza acel raport care este subunitar. Relatiile sunt valabile în situatia în care axa Ox este pe verticala si Oy pe orizontala.

## 2.5.4 Orientarea în teren a hartilor sau planurilor.

Este operatiunea prin care linii de pe harta sau plan devin paralele cu omoloagele lor din teren şi au aceeaşi directie. În aceasta situatie, toate detaliile ce se afla de o parte a unei directii în teren se afla de aceeaşi parte a directiei şi pe harta.

Acesta operatiune se poate face şi cu busola, situatie în care directia nordului magnetic al hartii este suprapusa peste directia nordului magnetic determinata în teren cu ajutorul busolei.

## 2.5.5 Determinarea cotei unui punct prin interpolarea curbelor de nivel.

Daca punctul este chiar pe curba de nivel, cota lui va fi egala cu valoarea curbei de nivel. În caz contrar, se duce prin punct linia de cea mai mare panta (numita şi normala aproximativa la cele doua curbe), reprezentata de cea mai scurta distanta între cele doua curbe, trecînd prin punct. Se masoara cu o rigla distanta *D* între curbe, precum şi distanta *d* de la una din curbe la punct. Utilizînd relatia:

$$\delta h_{AP} = \frac{d}{D} \cdot E \quad [2.7]$$

unde E este echidistanta curbelor de nivel. Cota punctului P se calculeaza însumând algebric valoarea calculata cu valoarea curbei de nivel corespunzatoare segmentului *d*. Valoarea obtinuta pentru $\delta h_{AP}$ trebuie sa fie mai mica decât echidistanta.

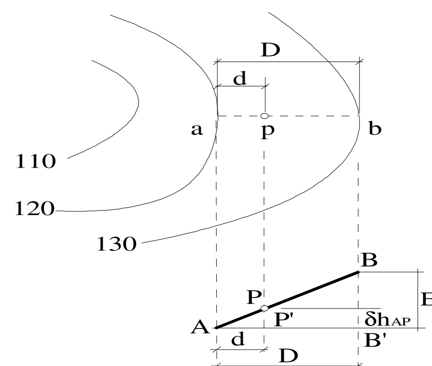



*Figura* ***Error! No text of specified style in document.****.8 - Determinarea cotelor.*

## 2.5.6 Determinarea pantei liniei terenului între doua puncte.

Panta terenului reprezinta înclinarea suprafetei terenului fata de orizontala şi este chiar tangenta unghiului de înclinare.

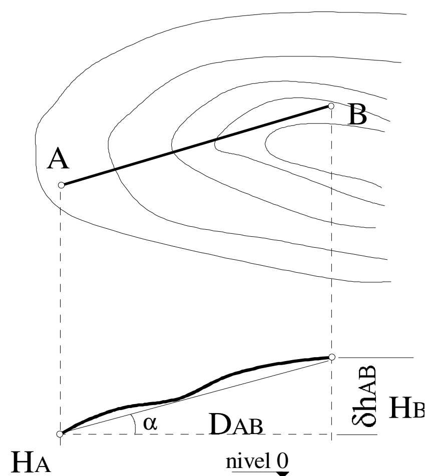



*Figura **Error! No text of specified style in document.**.9 - Determinarea pantei.*

$$p = tg\alpha = \frac{\delta\, h_{AB}}{D_{AB}} \qquad [2.8]$$

în care δh reprezinta diferenta de nivel cu semn algebric între punctele de capat, iar D reprezinta distanta orizontala din teren între cele doua puncte.Ca mod de exprimare, aceasta se poate prezenta sub forma procentuala, adica:

$$p\% = 100 tg\alpha = 100\frac{\delta\, h_{AB}}{D_{AB}} \qquad [2.9]$$

sau în grade,minute şi secunde de arc.

### 2.5.7 Trasarea liniei de panta constanta între doua puncte pe harta.

Aceasta problema apare cînd se doreste trasarea axului unei cai de comunicatie, axul unui canal, sau orice situatie în care se impune alegerea unui traseu a carui panta trebuie sa fie egala sau mai mica decât o valoare impusa. Problema se reduce la calculul unor distante $d_i$ pe plan, astfel ca omoloagele lor $D_i$ din teren sa aiba panta $p\%$ egala sau mai mica decât valoarea impusa. Pornind de la formula pantei exprimata sub forma procentuala:

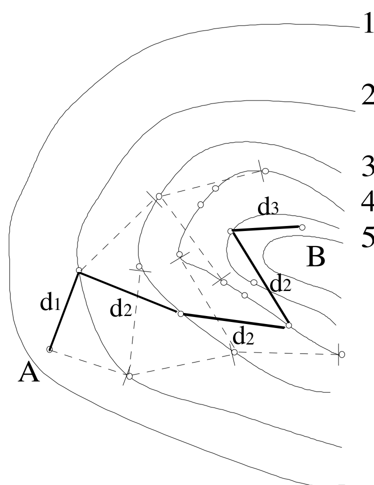



*Figura **Error! No text of specified style in***

$$p\% = 100 \cdot tg\alpha = 100\frac{\delta\, h_{AB}}{D_{AB}} \qquad [2.10]$$

se obtine : $D_{AB} = \frac{100 \cdot \delta\, h_{AB}}{\cdot p\%}$ [2.11]

careia îi corespunde distanta $d_i$ de pe harta,

$$d = \frac{D_{AB}}{n} = \frac{100 \cdot \delta\, h_{AB}}{n \cdot p\%} \qquad [2.12]$$

Se disting trei situatii, functie de valorile pe care le poate lua δh, şi anume:

- când valoarea lui δh este egala cu echidistanta curbelor de nivel, distanta pe harta este data de :

$$d_1 = \frac{100 \cdot E}{n \cdot p\%} \qquad [2.13]$$

- când punctul A nu se afla pe curba de nivel, valoarea distantei d se calculeaza cu relatia:

$$d_2 = \frac{100 \cdot \delta\, h_{A1}}{n \cdot p\%} \qquad [2.14]$$

- când punctul B nu se afla pe curba de nivel, valoarea distantei d se calculeaza cu relatia:

$$d_3 = \frac{100 \cdot \delta\, h_{5B}}{n \cdot p\%} \qquad [2.15]$$

Distantele d se numesc pas de proiectare.Trasarea pe plan sau harta a liniei se face astfel : în deschiderea compasului se ia distanta $d_2$ şi cu vârful compasului în punctul A se descrie un arc de cerc care intersecteaza prima curba de nivel în doua puncte. Se ia în deschiderea compasului distanta $d_1$, se aseaza vârful succesiv în punctele obtinute anterior şi se descriu arce de cerc, obtinând pe a doua curba de nivel în total patru puncte. Din aceste puncte se vor trasa cu acelaşi pas de proiectare punctele de intersectie cu urmatoarea curba de nivel, şi asa mai departe. Se observa ca numarul variantelor se dubleaza de fiecare data. Pentru a nu se încarca desenul inutil, se vor alege la trasare numai acele puncte care raspund la celelalte conditii de proiectare. De exemplu, pentru trasarea axului unui drum se vor alege acele variante care asigura unghiuri obtuze între aliniamentele succesive.

### 2.5.8 Intocmirea profilului longitudinal

Prin sectionarea terenului cu un plan vertical trecând prin doua punctele se obtine profilul terenului între acele puncte. Pentru o reprezentare sugestiva, se alege scara înaltimilor de 10 ori mai mare decât scara lungimilor, de exemplu daca scara lungimilor este 1:25000, scara înaltimilor se va alege 1:2500. Cele doua scari reprezinta axe de coordonate, în care scara lungimilor se reprezinta pe orizontala şi scara înaltimilor pe verticala. Se unesc printr-o dreapta punctele A şi B şi se noteaza punctele de intersectie ale dreptei cu curbele de nivel. Se iau în deschiderea compasului, succesiv, distantele de la punctul A la fiecare curba de nivel şi se marcheaza punctele pe profilul longitudinal. Se determina corespondentul în teren al acestor distante şi se precizeaza în rubrica corespunzatoare din cartusul profilului longitudinal. Se calculeaza cotele punctelor A şi B prin interpolarea curbelor de nivel, trecând valorile pe linia corespunzatoare cotelor din cartus. Se completeaza cotele punctelor de intersectie ale dreptei A-B cu curbele de nivel. Originea axei cotelor se alege astfel ca cea mai mica cota sa se reprezinte la circa 1-1,5 centimetri deasupra axei distantelor. Pozitia punctului A pe profilul longitudinal se obtine la intersectia perpendicularei ridicate pe axa lungimilor cu perpendiculara pe axa cotelor care marcheaza valoarea cotei punctului A. Pozitia celorlalte puncte se obtine similar, la intersectia perpendicularelor pe cele doua axe. Punctele astfel obtinute pe profilul longitudinal se unesc prin linii drepte.

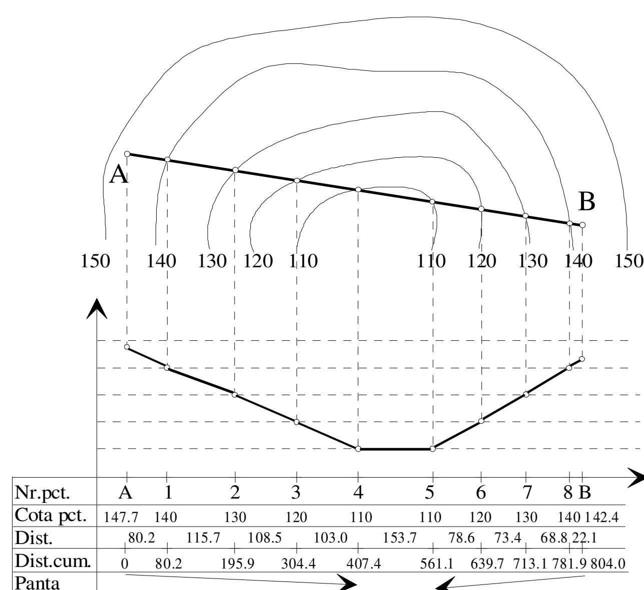



*Figura* ***Error! No text of specified style in document.****.11 - Întocmirea profilului longitudinal.*

## 2.6 *Determinarea suprafetelor pe harti şi planuri.*

O astfel de problema se rezolva functie de elemente geometrice ce se obtin prin masuratori pe harta sau plan. În principiu, se pot folosi metode numerice, grafice sau mecanice, iar unele din metodele ce se vor descrie se pot folosi si pentru determinarea suprafetelor din teren.

### 2.6.1 Metodele numerice.

Aceste metode utilizeaza relatii analitice, geometrice sau trigonometrice.

<u>relatiile analitice</u> se aplica în situatia în care sunt cunoscute coordonatele rectangulare ale tuturor punctelor ce definesc conturul a carui suprafata se cere determinata. Conturul se descompune în triunghiuri pornind de la unul din vârfurile conturului. Suprafata unui triunghi se determina prin calcularea unui determinant continând pe primele doua coloane coordonatele x şi y ale vârfurilor triunghiului iar pe coloana a treia termenul 1.Pentru un triunghi cu vârfurile notate cu i, j, k se obtine relatia :

$$2S(i) = \begin{vmatrix} x_i & y_i & 1 \\ x_j & y_j & 1 \\ x_k & y_k & 1 \end{vmatrix} = x_i y_j + x_k y_i + x_j y_k - x_k y_j - x_j y_i - x_i y_k \quad [2.16]$$

Întreaga suprafata va rezulta ca suma suprafetelor triunghiurilor componente; prin însumarea şi gruparea termenilor din relatiile de tipul de mai sus se obtine o relatie de tip generalizat de forma:

$$2S = \sum_{i=1}^{n} x_i \left( y_{i+1} - y_{i-1} \right) = \sum_{i=1}^{n} y_i \left( x_{i-1} - x_{i+1} \right) \quad [2.17]$$

Prima suma apare când gruparea termenilor se face dupa $x_i$, iar a doua când gruparea se face dupa $y_i$.

<u>relatiile geometrice</u> se aplica în situatia în care conturul suprafetei de determinat se poate împarti în triunghiuri la care se cunosc numai elementele liniare, fie ca este vorba de baze şi înaltimi, fie ca este vorba numai de laturi. In cazul în care se cunosc numai laturi,relatia de calcul a suprafetei unui triunghi este:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \quad [2.18]$$

unde p este semiperimetrul, iar a, b şi c sunt laturile unui triunghi. Suprafata totala va fi suma celor "n" triunghiuri componente.

Daca se cunosc baze şi înaltimi în triunghiurile în care s-a descompus conturul, relatia de calcul a suprafetei unui triunghi va fi:

$$S = \frac{B \cdot I}{2} \qquad [2.19]$$

unde B si I sunt baza respectiv înaltimea unui triunghi, iar suprafata conturului este data de suma suprafetelor celor "n" triunghiuri componente.

relatiile trigonometrice se folosesc în situatia în care în urma descompunerii conturului în triunghiuri, pentru acestea se cunosc atât elemente liniare cât şi elemente unghiulare. Suprafata unui triunghi se va calcula în acest caz cu relatii de tipul:

$$S = \frac{b \cdot c}{2}\sin A = \frac{a \cdot c}{2}\sin B = \frac{a \cdot b}{2}\sin C \qquad [2.20]$$

iar suprafata conturului va rezulta ca suma suprafetelor triunghiurilor componente.

### 2.6.2 Metode grafice.

În situatia în care nu dispunem de coordonatele punctelor, elementele necesare determinarii suprafetelor urmând a se determina grafic, prin citire de pe plan. În acest context este evident ca suprafata va fi cu atât mai precisa cu cât lungimile de pe plan sau harta vor fi mai precise, deci scara hartii va fi mai mare.

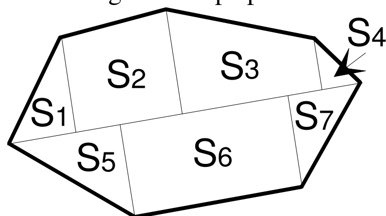



*Figura* ***Error! No text of specified style in document.****.12 - Descompunerea în triunghiuri*

descompunerea în figuri geometrice simple, triunghiuri sau trapeze (figura 2.12) necesita masurarea pe plan a bazelor si înaltimilor în cazul triunghiurilor, respectiv a bazelor mici, bazelor mari si înaltimilor în cazul trapezelor. Functie de scara hartii, aceste lungimi se transforma în lungimi din teren ce vor fi utilizate la calcule.

Indiferent de figurile geometrice alese, se recomanda ca verificarea determinarilor sa se faca alegându-se o alta varianta de descompunere, cu repetarea operatiunilor privind determinarea lungimilor si apoi a suprafetelor, urmând ca rezultatele celor doua determinari sa se compare între ele.

metoda paralelelor echidistante sau metoda trapezelor se aplica pentru suprafete alungite (figura 2.13).Pe o foaie de hârtie transparenta se traseaza o retea de linii paralele si echidistante. Se recomanda ca pentru o mai usoara folosire, sa se traseze si paralelele situate la jumatatea distantelor determinate de primele paralele.

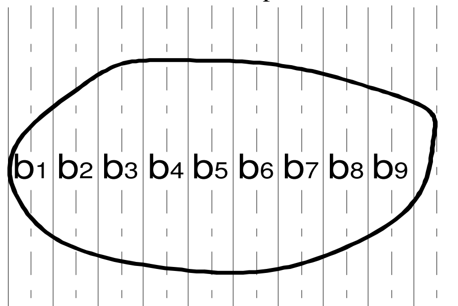



*Figura* ***Error! No text of specified style in document.****.13 - Metoda paralelelor echidistante.*

Aceasta retea se suprapune peste conturul de pe plan. În urma acestei operatiuni, conturul de pe plan a fost descompus într-o succesiune de trapeze care vor avea toate înaltimile egale între ele iar baza mare a unui trapez devine baza mica în trapezul alaturat. Suprafata totala se obtine însumând suprafetele trapezelor, adica :

$$S = a \cdot b_1 + a \cdot b_2 + \ldots + a \cdot b_n \qquad [2.21]$$

sau :

$$S = a \cdot \sum b_i \qquad [2.22]$$

Daca este cazul, la aceasta valoare se adauga suprafata ramasa dintr-un trapez incomplet. Pentru controlul determinarii se procedeaza la o alta pozitionare a retelei de paralele si determinarea suprafetei functie de aceeasi înaltime a trapezelor, dar cu alte valori pentru $b_i$.

metoda patratelor module este folosita la determinarea suprafetelor cu contur neregulat. Pe o foaie de hârtie transparenta se construieste o retea de patrate cu latura “a” (figura 2.14). Se suprapune reteaua de patrate peste suprafata cu contur neregulat si se numara patratele întregi, $n_1$, apoi prin aproximare se determina $n_2$ , numarul patratelor incomplete. Suprafata totala va fi deci :

$$S = a^2 (n_1 + n_2) \qquad [2.23]$$

în care $a^2$ este suprafata unui patrat. Pentru verificare, reteaua se amplaseaza într-o alta pozitie si se face o noua determinare a suprafetei.

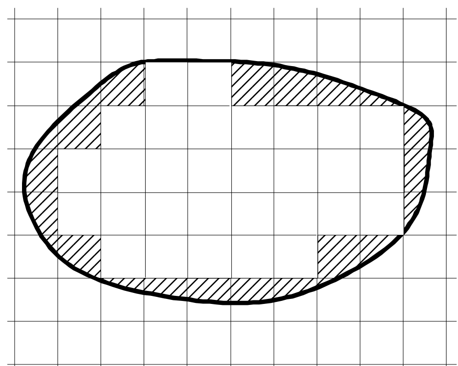


*Figura* ***Error! No text of specified style in document.****.14 - Metoda patratelor module*

### 2.6.3 Metoda mecanica.

Ca si metodele grafice, metoda mecanica se foloseste în situatia în care nu dispunem de coordonatele punctelor de pe contur. Se va folosi în acest caz un instrument denumit planimetru. Functie de constructie, acesta poate fi polar, cu disc, liniar sau digital. Principiul metodei este aratat în figura 2.15. Se poate vedea astfel ca polul planimetrului este, în cazul descris în afara suprafetei de masurat; se poate însa ca acest pol sa fie situat si în interiorul suprafetei S.

Planimetrul polar se compune din bratul polar P si bratul trasor T sau bratul caruciorului, articulate între ele în punctul O. Bratul trasor T, de lungime reglabila, urmareste cu un capat prevazut cu un vârf conturul suprafetei S, iar la celalalt capat se înregistreaza miscarea stiletului pe conturul suprafetei prin intermediul unui contoar sau dispozitiv înregistrator. Polul bratului polar, cu lungime constanta, se fixeaza cu ajutorul polului. Dispozitivul de înregistrare miscarii planimetrului se compune dintr-un contoar si a ruleta integratoare. Citirile pe aceasta ruleta se fac cu ajutorul unui vernier (figura 2.16).

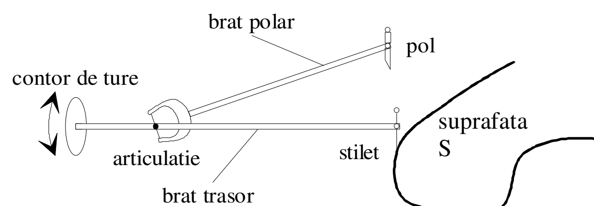



*Figura **Error! No text of specified style in document.**.15 - Schema de principiu a planimetrului polar.*

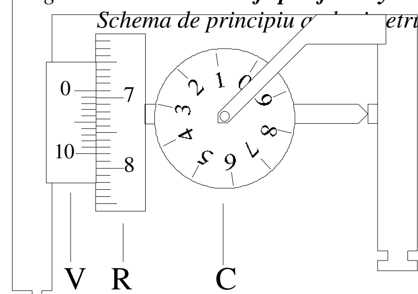



*Figura **Error! No text of specified style in document.**.16 - Constructia caruciorului.*

Pentru determinarea marimii suprafetei se porneste de la faptul ca suprafata unei figuri oarecare, planimetrate, este egala cu suprafata unui dreptunghi de lungime egala cu lungimea L a bratului trasor si latime egala cu o diviziune, r, a ruletei.

S = n (r.L) [2.24]

Din aceasta relatie se constata ca unitatea de masura folosita la planimetrul polar este egala cu $10^{-3}$ din (r.L), valoare ce provine din cele 10 diviziuni ale contoarului, 10 diviziuni ale ruletei si 10 diviziuni ale vernierului. Ea poarta denumirea de constanta de scara $K_s$, fiind functie de scara planului si constanta pentru o lungime L a bratului trasor.

Valoarea numarului generator n din relatia [2.24] se determina prin diferenta între citirea finala $C_f$ si citirea initiala $C_i$, citiri efectuate la sfârsitul, respectiv începutul parcurgerii conturului suprafetei S cu ajutorul stiletului. Daca se înlocuieste n = $C_f$ - $C_i$ în relatia [2.24], se obtine:

$S = K_s (C_f - C_i)$ [2.25]

În vederea determinarii constantei de scara $K_s$, în trusa planimetrului polar exista o rigleta ce permite ca prin fixarea stiletului pe unul din orificiile existente pe rigleta, sa se parcurga un cerc de raza data. În acest caz suprafata cercului este cunoscuta, iar prin efectuarea diferentei între citirile de la sfârsitul si de la începutul parcurgerii circumferintei cercului sa se determine numarul generator, n. Utilizând relatiile [2.24] si [2.25], se poate scrie ca:

$$K_s = \frac{S}{C_f - C_i} = \frac{\pi r^2}{\left(C_f - C_i\right)_{mediu}} \qquad [2.26]$$

Pentru o cât mai corecta valoare a diferentei citirilor $C_f - C_i$ se procedeaza la parcurgerea de mai multe ori a conturului si calculul unei valori medii a diferentei citirilor $\left(C_f - C_i\right)_{mediu}$. În situatia când valoarea obtinuta pentru constanta de scara nu este o valoare întreaga (2, 5, 10, 20) se calculeaza o noua lungime a bratului trasor L' cu relatia:

$$L' = \frac{L}{K_s} \cdot K_s' \qquad [2.27]$$

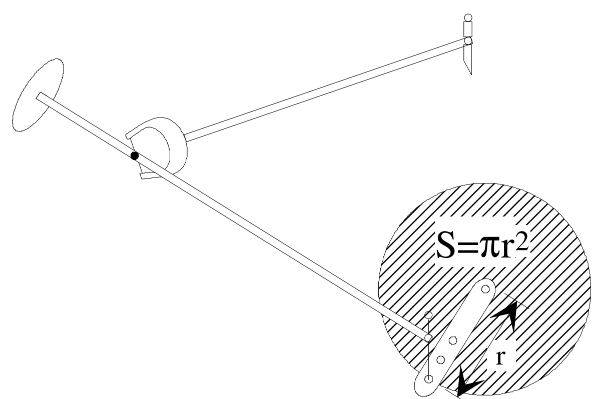



*Figura **Error! No text of specified style in document.**.17 - Determinarea constantei planimetrului.*

unde K'$_s$ este noua constanta de scara având o valoare întrega. Dupa fixarea noii lungimi a bratului L', se procedeaza la o verificare si eventual reajustare a planimetrului.

În cazul în care suprafata de planimetrat este mare, este posibil ca polul planimetrului sa fie amplasat în interiorul suprafetei. Relatia de calcul în acest caz va fi :

$$S = \left(C \pm n\right) K_s \qquad [2.28]$$

în care C reprezinta constanta planimetrului si este egala cu suprafata cercului de baza functie de lungimea bratelor, valoarea constantei fiind data în fisa tehnica a planimetrului. Semnele + sau - se folosesc functie de pozitia reciproca a suprafetei de planimetrat si a cercului de baza. Daca cercul de baza este în interiorul suprafetei se foloseste semnul +, iar daca cercul de baza este în exteriorul suprafetei se foloseste semnul -.

Pentru ca planimetrarea safie corecta, se impune respectarea urmatoarelor reguli:

- planul sau harta se fixeaza pe o planseta orizontala si neteda;
- bratele planimetrului sa formeze unghiuri cuprinse între 30° si 150°;
- ruleta se va deplasa pe o suprafata suficient de rugoasa pentru a asigura o aderenta optima;
- deplasarea stiletului în sens orar pe conturul suprafetei conduce la obtinerea de valori pozitive ale suprafetelor determinate, în timp ce deplasarea în sens antiorar conduce la determinari negative.

Marimea suprafetei determinata mecanic este afectata de o serie de erori care depind de scara planului, metoda de planimetrare si marimea suprafetei. Toate aceste erori vor trebui sa fie mai mici cel mult egale cu toleranta admisa $T_s$. Pentru determinari ale aceleasi suprafete, se impune o toleranta de :

$$T_s \leq 0{,}02\sqrt{S},\left[cm^2\right] \qquad [2.29]$$

iar daca se tine cont de scara planului, toleranta este data de relatia :

$$T_s \leq 0{,}0002 \cdot n \cdot \sqrt{S},\left[m^2\right] \qquad [2.30]$$